

# Matemàtiques a l'estany

**Ramon Miquel Bergadà Marimon**

INS Martí l'Humà de Montblanc  
INS Terres de Ponent de Mollerussa  
rbergada@xtec.cat

## Resum

«Matemàtiques a l'estany» és una proposta de treball de les matemàtiques a l'ESO a través d'un itinerari formatiu que consta de sis etapes, i que té com a punt de partida l'estudi d'un problema o un projecte contextual en connexió amb els continguts a estudiar. La resolució d'aquesta proposta inicial provocarà la introducció de continguts matemàtics, l'ús de materials manipulatius i tecnològics, la realització d'activitats individuals i col·laboratives i compartir i presentar idees i resultats. L'avaluació està integrada en tot el procés i l'aula no es redueix a un espai físic, sinó que va molt més enllà, ja que inclou l'entorn més proper, l'entorn virtual i les eines tecnològiques de comunicació i de col·laboració. Tot això amb l'objectiu que l'alumnat «faci matemàtiques». «El que hem d'aprendre a fer ho aprenem fent-ho» (Aristòtil).

## Abstract

«Matemàtiques a l'estany» (*mathematics at the pond*) is a mathematics project proposal for secondary education, carried out by means of a training itinerary which consists of six stages. Its starting point is the study of a problem or a contextual project related to the contents to be studied. Solving this initial proposal will generate the introduction of mathematical contents, the use of manipulative and technological materials, carrying out individual or collaborative activities, as well as sharing and presenting ideas and results. Evaluation takes place during the entire process. The classroom is not limited to physical space, but goes much further, as it includes the immediate surroundings, virtual surroundings and technological tools of communication and collaboration. The objective is for the students to «do maths». «For the things we have to learn, we learn by doing them» (Aristotle).

## Introducció

*L'aprenentatge comença amb preguntes.*

John Dewey

El projecte neix de la reflexió sobre la pròpia pràctica docent, que porta a preguntar-se el perquè de les reaccions de l'alumnat quan se'ls parla per primera vegada d'algun contingut nou, com per exemple la trigonometria: «I això, què és?», «Això, per a què serveix?», «És molt difícil?». Són les preguntes habituals que adrecen al professor o a la professora.

Tots aquests interrogants són un repte per al docent, i la seva resposta és fonamental per a incitar la curiositat de l'alumnat i implicar-lo activament en el procés apassionant d'adquirir nous coneixements i habilitats. El fet que les matemàtiques siguin un instrument de coneixement i anàlisi de la realitat ens suggereix de començar l'itinerari formatiu plantejant un seguit de preguntes sobre situacions de vida quotidiana i sobre el món que els envolta. Per respondre-les l'alumnat haurà d'utilitzar eines: regla, compàs, cinta mètrica, goniòmetre, GPS, etc., i recursos TIC: full de càlcul, Google Earth, Google Maps, web de l'Institut Cartogràfic i Geològic de Catalunya (ICGC), GeoGebra... Caldrà sortir del centre, prendre mides, fotografiar, filmar, calcular, comparar i contrastar els resultats.

Es tracta de fer un plantejament lligat a la realitat que se sustenti en l'«aprenentatge reflexiu» com a principi general de la formació. Aquest aprenentatge es basa en una visió constructivista (Freudenthal, 1991), és a dir, la persona que es forma ho fa donant significat a uns continguts, i no rebent aquests continguts ja impregnats de significat.

En resum, el projecte pretén que l'alumnat *sàpiga fer matemàtiques*. Per aconseguir-ho, ens basarem en els fets següents:

- La resolució de problemes és alhora el punt de partida i el nucli central del projecte. Aquesta dimensió és present al llarg de tot el projecte i li dóna sentit: no solament es treballa en unes tasques a realitzar al final del tema, sinó que, en aquest cas, és el desencadenant del trajecte d'aprenentatge.
- Els continguts curriculars es treballen en contextos significatius que mostren l'origen concret dels conceptes matemàtics, les connexions entre ells i la seva aplicació a altres àrees del coneixement i a problemàtiques diverses de la vida quotidiana.
- La classe es basa en la reflexió, el diàleg, la discussió, la comunicació i el contrast d'idees per a trobar raonaments i solucions alternatives i per a aprendre a reconèixer i controlar les conseqüències de la pròpia actuació i a respectar les intervencions dels altres.
- Les competències estan totalment integrades en els continguts.
- Les diverses formes de treball, individual i en grup, potenciaran el treball col·laboratiu i l'adquisició de les competències matemàtiques.
- L'error no és un fracàs sinó un motor d'aprenentatge.
- L'èxit en la resolució de problemes significarà, per a la majoria de l'alumnat, augmentar l'autoestima i la confiança.
- Els recursos visuals i TIC, com els materials manipulatius, tenen un paper fonamental, ja que afavoreixen el raonament, la comprensió i l'experimentació.
- L'avaluació és present en el procés d'ensenyament i en la comprovació dels aprenentatges assolits.

## Objectius

L'objectiu general és l'adquisició de les competències matemàtiques seguint un itinerari formatiu que té com a punt de partida un repte inicial que provoca la curiositat de l'alumne, potencia el treball reflexiu i col·laboratiu i afavoreix l'intercanvi d'idees i el respecte.

Aquest procés d'adquisició de les competències matemàtiques segueix les directrius del document *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic*, publicat pel Departament d'Ensenyament de la Generalitat de Catalunya, en el qual s'especifiquen les dotze competències que concreten les quatre dimensions o processos del currículum vigent: resolució de problemes, raonament i prova, connexions i comunicació i representació.

Els objectius concrets del projecte són els previstos pel Decret 143/2007, del 26 de juny, d'ordenació del currículum de l'ESO.

## Descripció de l'experiència i dels materials usats

### Context

L'experiència es desenvolupa a l'INS Terres de Ponent de Mollerussa, on des del curs 2010-2011 el 100 % de l'alumnat d'ESO disposa d'ordinador personal i on les aules estan equipades amb una pissarra digital interactiva (PDI) i tot el professorat i tot l'alumnat són usuaris de Moodle.

- **L'aula.** En aquest context l'aula ja no és un espai físic sinó un entorn d'aprenentatge sense les limitacions de la distància geogràfica ni dels horaris fixos de classe (figura 1).

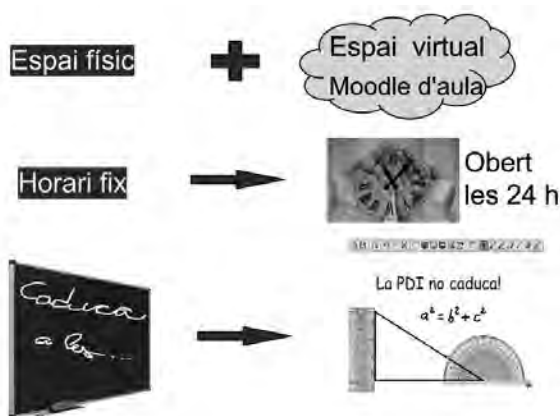


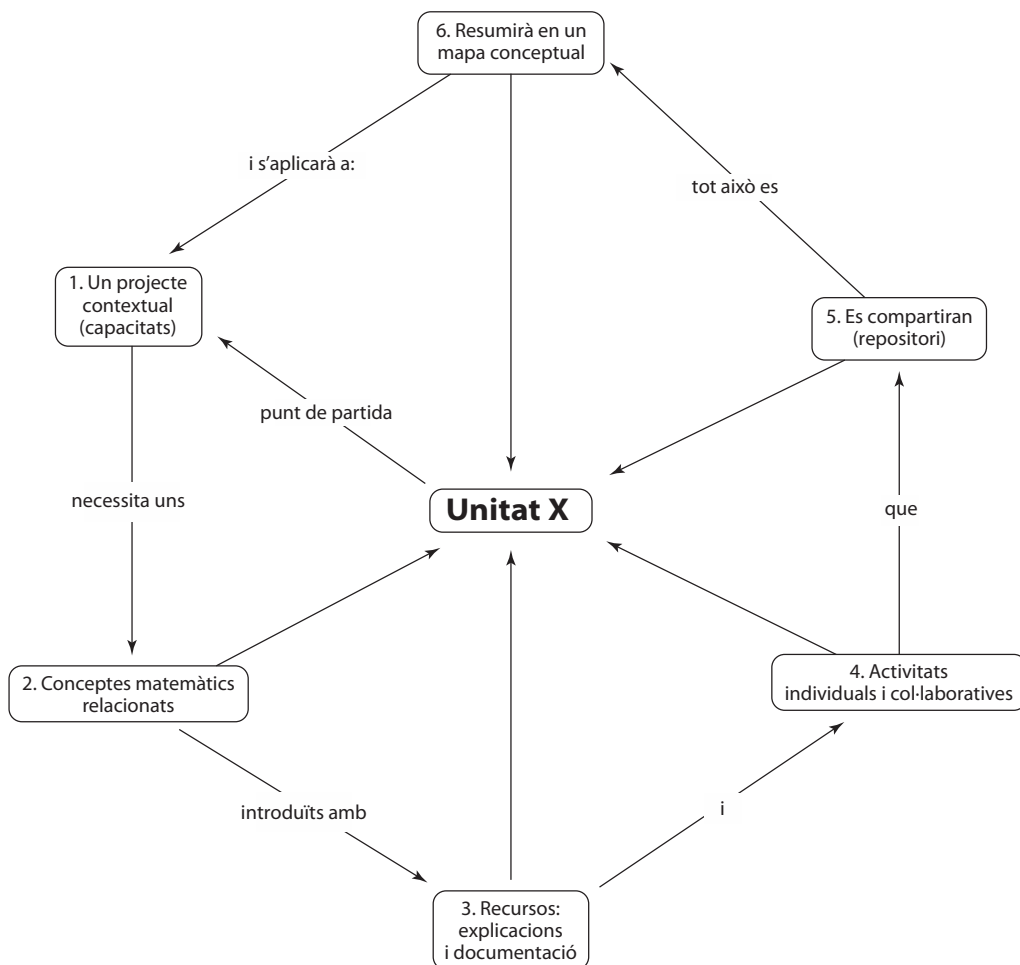
Figura 1. Aula.

La possibilitat d'accedir als continguts digitals i de disposar de programari com el Moodle, el GeoGebra i la calculadora Wiris facilita el treball a partir de contextos, fer-ho col·laborativament i compartir aprenentatges. A més a més, el programari associat a la PDI permet saltar la barrera del temps, ja que els continguts de la pissarra són accessibles, abans, durant i després de la classe presencial.

- **Els recursos.** El projecte incorpora, de manera decidida, el valor afegit que aporten els recursos digitals: so, vídeo, *applets*, animacions, simulació, interacció, personalització, correcció immediata, col·laboració, cooperació, etc. Són un plus que se suma als recursos clàssics. En aquest context augmenta el protagonisme de la llibreta, perquè aquesta ha de recollir els conceptes i activitats fonamentals de la matèria. És, d'alguna manera, la carta de presentació de l'alumne, el portafoli que evidencia la seva evolució al llarg del curs, i és, per tant, un element important per a l'avaluació.

## L'itinerari formatiu

El projecte que es presenta segueix l'esquema general d'un itinerari formatiu entès com una proposta d'estudi de cada una de les unitats didàctiques de la programació de matemàtiques i que segueix una seqüència que consta de sis etapes (figura 2).



**Figura 2. Itinerari formatiu.**

1. El punt de partida és la proposta d'un problema o projecte del context propi de l'alumnat, relacionat amb els continguts que es volen estudiar.
2. S'introdueixen els continguts de la unitat didàctica, els quals facilitaran la resolució del problema inicial.
3. S'utilitzen recursos clàssics com el llibre de text i la llibreta i recursos TIC: Moodle, Google, GeoGebra, Wiris, etc.
4. Es fan activitats individuals que consisteixen bàsicament en la resolució d'exercicis de tipus algorítmic o d'aplicació de tècniques més o menys automatitzades. I també activitats col·laboratives com, per exemple, el treball en grup entorn de projectes o en la resolució de problemes entesos com a situacions de resposta no immediata en les

quals, a partir d'unes dades i en un context concret, cal reflexionar, prendre decisions i dissenyar estratègies.

5. En les activitats col·laboratives, les respostes o les solucions trobades pels diferents grups es comparteixen amb la resta de la classe fent presentacions, elaborant glossaris digitals i participant en els fòrums.
6. Els continguts estudiats s'expliciten en un mapa conceptual amb l'objectiu de consolidar els nous conceptes i connectar-los amb els estudiats prèviament.

Després de tancar l'itinerari formatiu, és el moment de replantejar-se el repte inicial sota la mirada dels nous conceptes i recursos estudiats. També és el moment de plantejar nous reptes o activitats que permetin tenir una visió més global de la matemàtica.

### L'itinerari formatiu aplicat a la trigonometria

L'itinerari formatiu es pot aplicar a qualsevol unitat didàctica del currículum de matemàtiques. En aquest cas, s'aplicarà a l'estudi de la trigonometria a quart d'ESO.

- 1. El punt de partida.** En el procés d'aprenentatge hi ha situacions en les quals un alumne tot sol és incapaç de reeixir i, en canvi, amb el treball de tot el grup ho pot aconseguir. És per això que treballarem amb grups de dues o tres persones i cada grup haurà de resoldre una sèrie de problemes trigonomètrics i contextuals. Es compararan els resultats obtinguts i a partir d'aquest contrast caldrà identificar la solució correcta, analitzar quines han estat les confusions i treure'n conclusions per no repetir els mateixos errors.

Exemples de problemes que poden ser el punt de partida de l'estudi de la trigonometria: Quina és la superfície del campus de l'institut? Quina és l'altura del campanar del teu poble? Quina és l'amplada màxima de l'estany d'Ivars i Vila-sana? A quina altura està la cistella de bàsquet? (figura 3).



Figura 3. Treball en grup.

**2. Els continguts.** Els problemes no tenen un procés de resolució únic, i encara menys si són de caire obert, com es procura que siguin els del punt de partida. Per tant, el fet que, en part o en la seva totalitat, puguin ser resolts amb els coneixements previs de l'alumne, no impedirà la introducció dels continguts de trigonometria que han de permetre donar resposta als problemes plantejats i obtenir una solució alternativa en cas que s'hagin pogut resoldre sense aquests continguts nous.

**3. Els recursos.** Per introduir els continguts utilitzarem tots els recursos, digitals o no, que tinguem al nostre abast, com per exemple:

- Llibre de text.
- Llibre de text digital; per exemple, el Projecte ed@d: <http://recursostic.educacion.es/descartes/web/edad.html>.
- ARC (Aplicació de Recursos al Currículum): <http://apliense.xtec.cat/arc>.
- Proyecto Gauss.
- GeoGebra.
- GeoGebra Tube: <http://www.geogebraTube.org>.
- Moodle: <http://www.moodle.terresdeponent.com>.
- Pissarra clàssica, digital o digital interactiva.

**4. Les activitats.** En les activitats, ja siguin individuals o col·laboratives, és on més s'incideix en la idea que el professor deixa de ser l'única font de coneixement per assumir la tasca de facilitar i guiar l'aprenentatge. Per aquesta raó:

- Donarà més protagonisme a l'alumnat. Aquest ha de participar més activament en els processos d'aprenentatge. En paraules de George Pólya: «Ensenyar és donar als estudiants l'oportunitat de descobrir les coses per ells mateixos»; «Primer conjectureu, després demostreu». O en el decàleg de Pere Puig Adam: «Ensenyar alhora que es guia l'activitat creadora i descobridora de l'alumne/a».
- No donarà les coses totalment fetes i acabades als alumnes. Emprarà el mètode d'interrogació progressiva, en què es formulen preguntes com a resposta a les preguntes de l'alumnat. Com diu Paul R. Halmos: «La part més dura de l'aprenentatge a partir de la formulació de preguntes a l'alumnat és la de tenir la boca tancada i aguantar. No expliquis, pregunta! No canviïs allò que està malament A per allò que està bé B; pregunta: «D'on ha sortit A?». Segueix amb la formulació de preguntes: «Això està bé, n'estàs segur?». No diguis: «No»; pregunta: «Per què?»».
- Partirà dels coneixements previs que tenen els alumnes i els donarà confiança en el sentit que tots són capaços d'aportar al grup coses interessants.
- Fomentarà la responsabilització i la reflexió de l'alumnat sobre el procés de resolució del problema en particular i de l'aprenentatge en general.
- Treballarà els aspectes emotius i afectius i individualitzarà la interacció amb l'alumnat, per tal de percebre els diferents ritmes d'aprenentatge i donar possibilitats d'èxit a la gran majoria dels alumnes.

## Activitats individuals

Les activitats individuals, majoritàriament, són exercicis de càlcul directe en els quals cal aplicar els conceptes trigonomètrics, les seves relacions i les aplicacions més immediates a la resolució de triangles que modelitzen una situació contextual.


Entorns com el Moodle o el ThatQuiz (<http://www.thatquiz.org/ca>) faciliten la realització d'activitats individuals. El Moodle, entre altres opcions, permet la integració dels paquets d'activitats JClick i l'ús de qüestionaris. En aquests darrers, les preguntes s'han elaborat amb Wiris quizzes (figura 4). Aquestes preguntes es caracteritzen perquè comparteixen el text de l'enunciat però no les dades, ja que varien aleatòriament cada vegada que es genera la pregunta. A més a més, els qüestionaris de Moodle permeten l'autocorrecció a l'alumnat i faciliten el seguiment i l'avaluació al professorat.

Se sap que  $\tan \alpha = -\frac{11}{60}$  i que  $\alpha$  és un angle del  $2n$  quadrant.

Trobeu les demés raons trigonomètriques de l'angle  $\alpha$ .

$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{cosec} \alpha$	$\sec \alpha$	$\cotan \alpha$
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Calculeu l'altura de l'església sabent que la distància  $d$  mesura  $(15.8)$  m i que l'angle  $\alpha$  és de  $(56.91^\circ)$ .



**Figura 4. Preguntes amb dades aleatòries.**

Aquests tipus de preguntes es poden compartir en el repositori STEM collection (<http://collection.wiris.com/quizzes>), que permet descarregar-les sota llicència Creative Commons.

L'entorn Moodle permet configurar els qüestionaris de manera que l'alumne els pugui repetir tantes vegades com vulgui. Caldrà que copii cada pregunta a la seva llibreta i comprovi la resposta al qüestionari Moodle. Aquest procés l'haurà de repetir fins que totes les respostes siguin correctes. Una vegada més, considerarem els errors no com a aspectes negatius sinó com a elements fonamentals d'aprenentatge.

El professor pot consultar l'historial de resolució de cada pregunta per part de cada alumne i els resultats globals de cada qüestionari, la qual cosa li permet disposar de més elements de seguiment i avaluació.

## Activitats col·laboratives

### Glossaris

Una activitat de treball col·laboratiu, que es fa a partir dels glossaris de Moodle, és la que consisteix a resoldre una col·lecció d'exercicis; per exemple, la que hi sol haver en qualsevol

llibre de text al final de cada unitat. La dinàmica és la següent: el professor reparteix entre tots els alumnes de la classe la totalitat d'exercicis a resoldre. Això comporta que a cadascú li pertocin dos o tres exercicis, que haurà de resoldre a la seva llibreta i posteriorment introduir-los al glossari. Per això haurà de crear, per a cada exercici, una fitxa que constarà d'enunciat, resolució i resultat (figura 5).

The screenshot shows a web-based glossary interface. At the top, there are navigation tabs: 'Navega al llibre de text', 'Navega per categories', 'Navega per data', and 'Ordenat per autor'. Below these is a search bar and a prompt 'Navegueu pel glossari utilitzant aquest índex'. A horizontal menu lists letters from A to Z, with 'TOTES' at the end. The page number 'Pàgina: 1 2 3 (Següent)' and 'TOTES' are displayed. The main content area is titled 'Els glossaris' and shows a specific entry for 'A02'. The entry includes a date and time: 'dijous, 12 maig 2011, 13:44'. The problem is titled 'Enunciat' and describes a geometry problem involving a ship and Earth. The solution is titled 'Resolució' and shows the steps to solve the problem. The final answer is titled 'Resultat'.

**Enunciat**

Des d'una nau espacial es veu la Terra sota un angle de  $20^{\circ} 24'$ . Si el radi de la Terra mesura 6 370 km, a quina distància de la superfície de la Terra es troba la nau?

**Solució:**

Hem de trobar la distància  $d$  de la figura.

$$10^{\circ} 12' = 10,2^{\circ}$$

$$\sin 10,2^{\circ} = \frac{6370}{d} \rightarrow d = \frac{6370}{\sin 10,2^{\circ}} = 35971,4789$$

**Resultat**

Distància a la Terra =  $35971,4789 - 6370 = 29601,4789$  km

Figura 5. Fitxa.

La interfície dels glossaris permet fer comentaris, amb la qual cosa el professor pot intervenir-hi i fer suggeriments, ja sigui per fer alguna correcció o per donar una solució alternativa.

Aquest tipus d'exercicis no són només algorísmics, sinó que alguns es poden classificar com a problemes. És per això que la metodologia de treball consistirà a fer els resolguin en grups de dos. Així, cada grup serà els responsable de la realització i revisió de 4, 5 o 6 exercicis i el professor supervisarà la totalitat dels exercicis i obtindrà un altre element d'avaluació del procés d'aprenentatge de cada alumne.

### Fòrums

Una altra activitat de tipus col·laboratiu és el fòrum. En aquest cas, es proposa un problema obert. Per tant, les respostes seran diverses i públiques: tothom podrà argumentar les seves intervencions, però caldrà arribar a una solució consensuada.

El fòrum ens permetrà avaluar el nivell de competència matemàtica de la solució pròpia, de les aportacions fetes a les solucions alienes i, també, la capacitat d'acceptació i de respecte a les intervencions dels altres.

- 5. Compartir.** La dimensió de comunicació i representació es treballa especialment en les activitats col·laboratives, ja que tant en els glossaris com en els fòrums cal descriure conceptes i relacions matemàtiques, representar idees amb claredat i precisió i comprendre les dels altres.



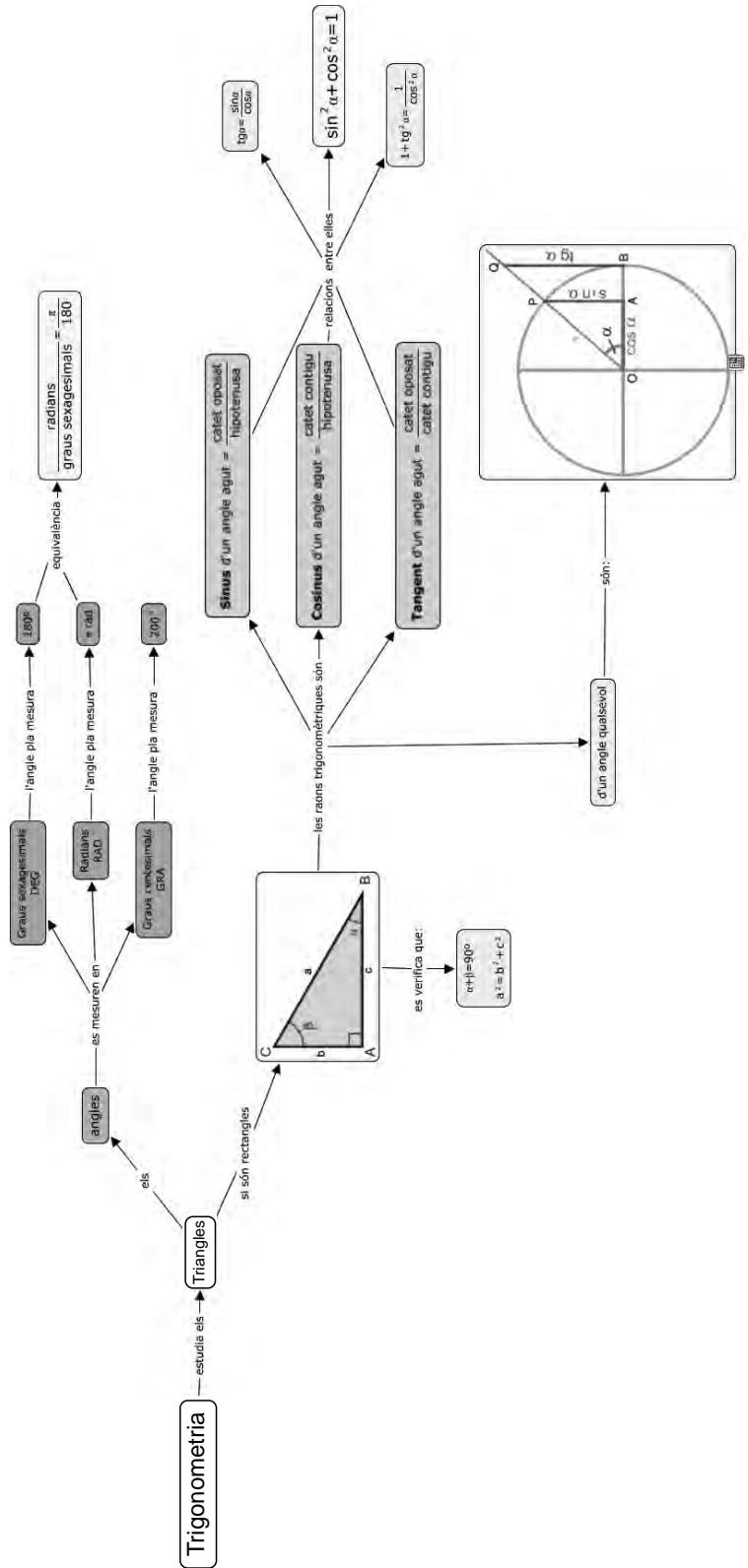


Figura 6. Esquema.

Els repositoris d'exercicis obtinguts a partir dels glossaris i les aportacions als fòrums són una forma de treball col·laboratiu per a compartir i construir coneixement a partir d'idees matemàtiques.

En les presentacions a la resta de la classe de les solucions trobades caldrà seleccionar i usar tecnologies diverses per a gestionar, visualitzar i estructurar les idees o els processos matemàtics que es volen compartir.

- 6. Els continguts (esquema resum).** Fer un esquema amb els continguts del tema que evidencii les relacions entre ells ajudarà a consolidar els nous conceptes i a connectar-los amb els estudiats amb anterioritat (figura 6). CmapTools és un programari que facilita aquesta tasca.

## L'aula digital

Una part de l'aula entesa no solament com un espai físic sinó com un entorn d'aprenentatge sense limitacions de distància geogràfica ni d'horari és el que anomenem aula digital o aula virtual. Consisteix en un espai web (<http://vyew.com/s/>) que funciona com una sala de conferències en temps real i que incorpora una pissarra *on line*, un xat, imatge i so (figura 7).

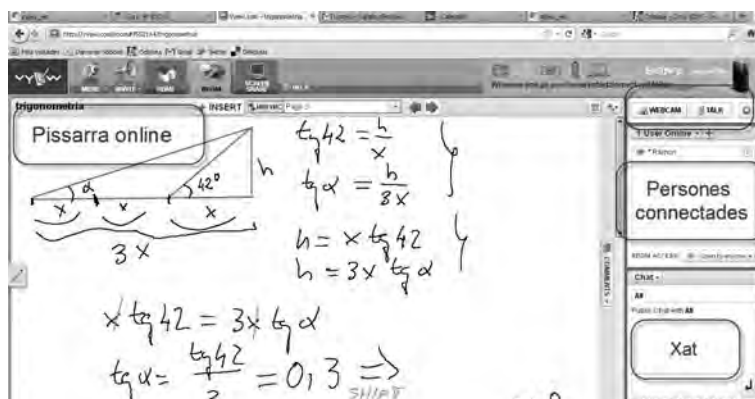


Figura 7. Aula digital.

Aquest recurs digital permet que alumnes i professors, des de llocs diferents, hi tinguin accés i puguin: consultar i resoldre els dubtes, proposar reptes i treballar en equip.

Una activitat típica de l'aula digital consisteix en el fet que professor i alumnes acorden trobar-se un dia i una hora a l'aula digital per aclarir dubtes o per resoldre exercicis i problemes proposats pels alumnes o pel professor.

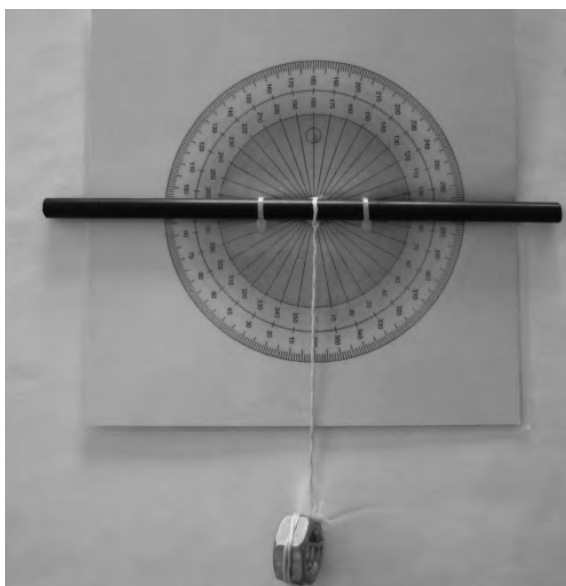
## Matemàtiques a l'estany d'Ivars i Vila-sana

Aquesta activitat es pot considerar la culminació de l'itinerari formatiu, el projecte final. La primera experiència es va portar a terme durant el curs 2007-2008 i des d'aleshores s'ha continuat fent en tots els cursos següents. En cada una de les noves edicions l'activitat ha

anat evolucionant. Actualment, els exercicis no són només d'espai, forma i mesura, sinó que s'estenen a la resta de blocs del currículum. També són més interdisciplinaris, perquè la sortida és en bicicleta i es fa conjuntament amb el departament d'educació física. I en el curs 2013-2014 ha estat intercentres, ja que s'ha fet conjuntament amb l'INS Martí l'Humà de Montblanc.

L'activitat s'organitza de la manera següent:

- El trajecte de l'institut a l'estany es fa en bicicleta.
- Es treballa en grups heterogenis de 4 persones.
- Cada grup disposa de cinta mètrica, goniòmetre (figura 8) construït pels alumnes, calculadora científica, un plànol de l'estany i un dossier de treball en el qual hauran d'anotar les dades que aniran recollint i hi podran resoldre els exercicis.



**Figura 8. Goniòmetre.**

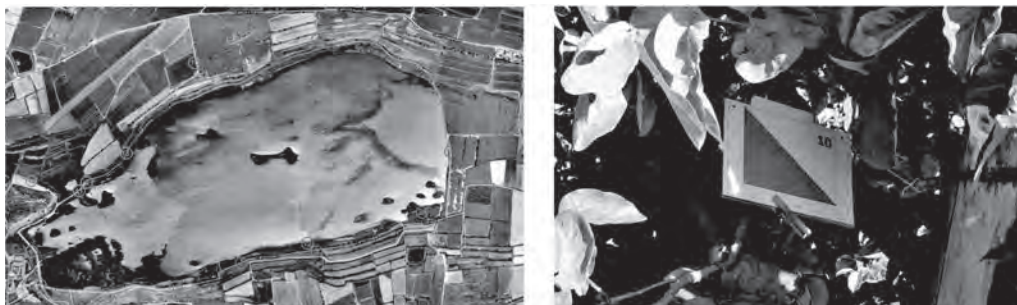
- Els grups hauran de fer un recorregut al voltant de l'estany, localitzar i identificar els elements a calcular i obtenir les dades necessàries per a la resolució dels exercicis plantejats en el dossier.
- En acabar es comparteixen i es comparen els resultats i es contrasten, si és possible, amb els valors reals. Cal analitzar les causes de les possibles discrepàncies entre els resultats obtinguts i el motius que les han generat.

En aquest vídeo (<http://www.tv3.cat/3alacarta/#/videos/2877390>) del programa «El medi ambient» de TV3 es pot veure un resum de l'activitat tal com es va dur a terme el curs 2009-2010.

Una explicació més exhaustiva de l'activitat es pot trobar a l'ARC, concretament a la fitxa del recurs de quart d'ESO «Trigonometria a l'estany» (<http://apliense.xtec.cat/arc/node/1575>).

## La gimcana

Des del curs 2011-2012, la resolució dels exercicis es fa a través d'una gimcana matemàtica. L'objectiu de l'activitat és aconseguir el màxim possible de punts trobant les fites que hi ha ubicades a l'entorn de l'estany i responent a les preguntes que hi ha dins de cada fita, en un temps limitat (figura 9).



**Figura 9. Plànol i fita.**

La resolució dels exercicis de cada fita es fa a la pàgina corresponent del dossier de què disposa cada grup. Les fites es poden buscar en l'ordre que vulgui cada equip. No totes les fites valen els mateixos punts; això dependrà de la dificultat de trobar-les, de la complexitat del problema que conté i del procediment utilitzat per a solucionar-lo. Alguns exemples de les preguntes de les fites es presenten en l'annex final.

## Planificació temporal de les activitats

Temporització de la unitat de trigonometria seguint l'itinerari formatiu:

<b>Etapa</b>	<b>Hores</b>	<b>Descripció</b>
1. Projecte inicial	1	Presentació de la unitat. La trigonometria al llarg de la història. Proposta del projecte inicial (fòrum al Moodle).
2 i 3. Conceptes i recursos	1	Els angles i la seva mesura.
	2	Raons trigonomètriques en un triangle rectangle i relacions entre elles.
	2	Resolució de triangles rectangles.
	1	Raons trigonomètriques d'un angle qualsevol.
4. Activitats	1	Resolució d'exercicis amb GeoGebra.
	2	Resolució d'exercicis amb Google Maps, Google Earth, web de l'Institut Cartogràfic i Geològic de Catalunya (ICGC).

Etapa	Hores	Descripció
5. Compartir	1	Repositori d'exercicis amb els glossaris del Moodle.
6. Resum	1	Mapa conceptual de la unitat amb CmapTools
7. Sortida	1	Preparació de la sortida a l'estany: construcció del goniòmetre i instruccions de l'activitat.
	1	Sortida a l'estany.
	1	Posada en comú: anàlisi, comparació, contrastació dels resultats i avaluació de la sortida.
Avaluació	1	Prova escrita sobre trigonometria
<b>Total</b>	<b>15 classes i una sortida d'un dia</b>	

## Avaluació

El projecte pretén treballar els continguts del currículum d'ESO; per tant, l'avaluació del projecte ha de valorar el grau d'assoliment dels objectius previstos en el decret d'ordenació del currículum d'aquesta etapa de l'ensenyament obligatori. En aquest cas, l'avaluació és concretarà en els continguts de trigonometria.

- *Avaluació inicial.* L'avaluació diagnòstica o inicial es farà durant la primera classe, sondejant els coneixements previs de l'alumnat, i es completarà a partir de les intervencions al fòrum del projecte corresponent a la primera etapa de l'itinerari formatiu.
- *Avaluació formativa.* L'avaluació formativa es farà de forma contínua durant tot el projecte:
  - Mitjançant la interacció directa amb l'alumnat: intervencions a classe, seguiment i correcció dels deures, plantejament de preguntes, problemes i reptes.
  - A través de l'entorn Moodle: seguiment de les activitats JClic, intervencions als fòrums, respostes als qüestionaris i aportacions als glossaris.
  - Valorant els exercicis d'entorns interactius com el ThatQuiz.
  - Fent un seguiment del treball en grup: organització i distribució de les tasques, aportacions positives, grau de participació, implicació i respecte a les argumentacions alienes. Aquest seguiment es fa amb rúbriques d'avaluació, coavaluació i autoavaluació del treball en grup.
  - Amb la prova escrita final, les fitxes i els dossiers de treball que es faran durant i en acabar el projecte.
- *Avaluació sumativa.* L'avaluació sumativa o acreditativa tindrà lloc al final del projecte com a recull global de tot el procés i es valoraran els criteris següents:
  - Utilitzar la trigonometria per obtenir mesures indirectes en la resolució de problemes d'àmbits diversos, i relacionar-ho amb els mitjans tecnològics que actualment s'utilitzen per a fer mesures indirectes.

- Reconèixer models geomètrics en contextos no matemàtics o en d'altres matèries i utilitzar les seves característiques i propietats per a resoldre situacions que apareixen en treballs per a projectes realitzats des de la pròpia àrea o de manera interdisciplinària.
- Analitzar i avaluar les estratègies i el pensament matemàtic dels altres, a través del treball en grup o bé de la posada en comú amb tota la classe. Expressar amb precisió, verbalment i per escrit, raonaments, conjectures, relacions quantitatives observades i informacions que incorporin elements matemàtics i contrastar-los amb els dels companys.

## Conclusions

Aquest projecte o aquesta manera de «fer matemàtiques» és una proposta d'apropament de l'alumnat a la matemàtica, fent-lo protagonista principal del seu procés d'aprenentatge i col·laborador necessari en el procés d'aprenentatge de tota la classe, és a dir, creant comunitat d'aprenentatge. Amb el convenciment que la matemàtica forma part de la seva vida i que ell o ella també pot fer matemàtiques, malgrat que li costin, s'equivoqui o no li agradin, acceptant l'error com una part del camí cap a l'èxit i assumint que el compromís i la responsabilitat en el treball en grup són imprescindibles per a l'èxit de l'equip.

I tot això ho fem utilitzant els mitjans de què disposem, especialment, els més quotidians: el mòbil i l'ordinador, els quals, a més de ser una font inesgotable d'informació, permeten la comunicació i la col·laboració (el contacte) des de qualsevol lloc i a qualsevol hora.

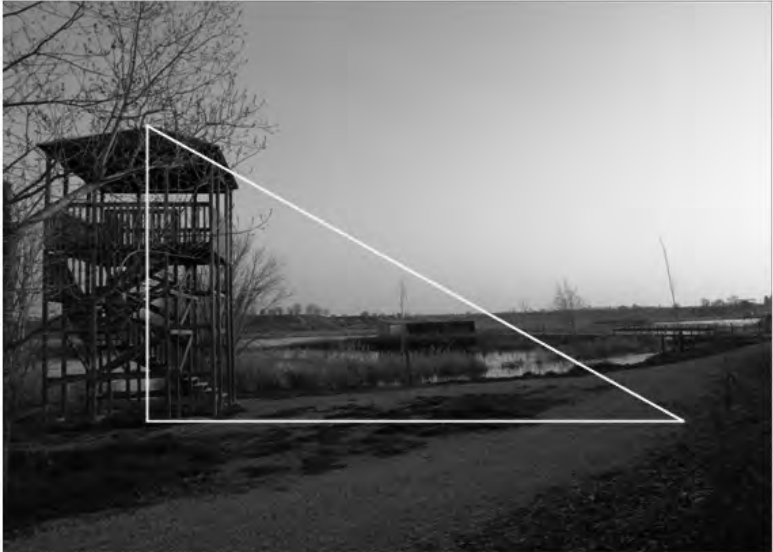
L'activitat de matemàtiques a l'estany, en els vuit anys ininterromputs de realització —del curs 2007-2008 al 2014-2015—, ha seguit sempre un procés d'evolució i millora. S'ha consolidat com una activitat que va més enllà de personalismes, que forma part de la tradició i del projecte educatiu de l'INS Terres de Ponent i que està oberta a la participació d'altres centres. Amb uns resultats molt satisfactoris: així ho posen de manifest tant els indicadors objectius, com poden ser els resultats de les proves d'avaluació, com els subjectius, obtinguts a partir de l'opinió del professorat i de l'alumnat.

I, per acabar, una pregunta: «Com explicar que les matemàtiques, un producte de la ment humana, independent de l'experiència, s'adaptin tan admirablement bé als objectes de la realitat?» (Albert Einstein).

**Annex**

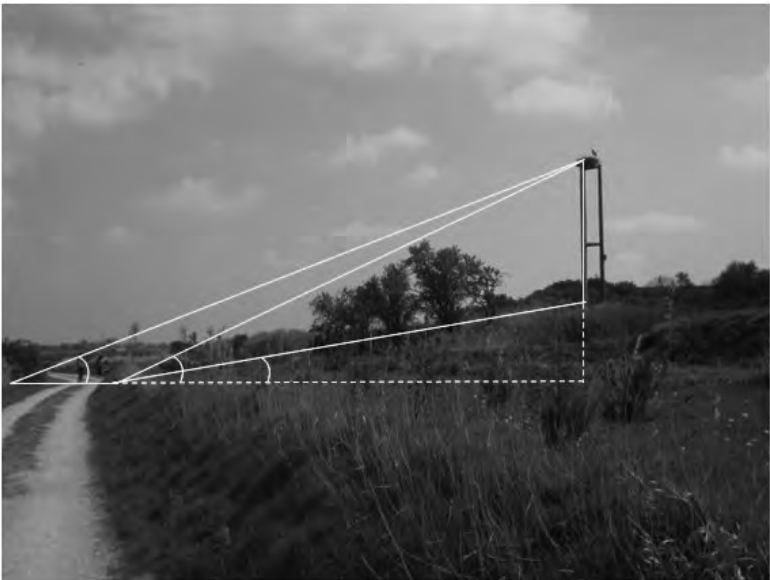
Exemples d'algunes de les preguntes que es proposen a les fites de la gimcana.

Fita 2	<b>Càlcul de l'altura de la torre d'observació</b>	10 punts
--------	--	----------



**Feu-ho utilitzant dos mètodes diferents.**

Fita 4	<b>Càlcul de l'altura del niu de la cigonya (2)</b>	20 punts
--------	---	----------



**Pista: Cal mesurar tres angles i una longitud.**

Fita 9	<b>Caminant</b>	10 punts
--------	-----------------	----------



La fotografia mostra les petjades d'un caminant al voltant de l'estany. La longitud del pas  $P$  és la distància entre els extrems posteriors de dues petjades consecutives.

Per als homes, la fórmula  $n/P = 140$  dona una relació aproximada entre  $n$  i  $P$ , essent  $n$  = nombre de passos per minut i  $P$  = longitud del pas en metres.

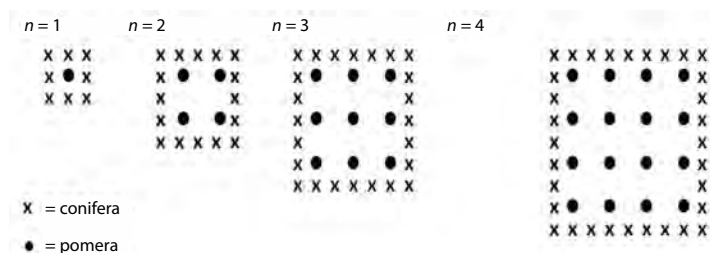
**Pregunta 1.** Si se sap que un amic fa 70 passos per minut. Quina és la seva longitud de pas?

**Pregunta 2.** Un altre amic sap que els seus passos són de 0,80 metres. Aplica la fórmula a les passes a aquest amic. Calcula la velocitat a què camina en metres per minut i en quilòmetres per hora.

Fita 10	<b>Les pomes</b>	20 punts
---------	------------------	----------

Un pagès, veí de l'estany, planta pomeres en un terreny quadrat. Per tal de protegir les pomeres del vent, planta coníferes al voltant de l'hort.

Aquí podeu veure un esquema d'aquesta situació, en què es pot apreciar la col·locació de les pomeres i de les coníferes per a qualsevol nombre ( $n$ ) de files de pomeres:



**Pregunta 1.** Completeu la taula.

$n =$	Nombre de pomeres	Nombre de coníferes
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		



**Pregunta 2.** Per calcular el nombre de pomeres i el de coníferes amb el plantejament descrit anteriorment es poden utilitzar dues fórmules:

$$\text{Nombre de pomeres} = n^2$$

$$\text{Nombre de coníferes} = 8n$$

essent  $n$  el nombre de files de pomeres

Existeix un valor de  $n$  per al qual el nombre de pomeres coincideix amb el de coníferes. Trobeu aquest valor.

**Pregunta 3.** Suposem que el pagès vol plantar un hort molt més gran, amb moltes files d'arbres. A mesura que vagi creixent la grandària de l'hort, què augmentarà més de pressa: el nombre de pomeres o el de coníferes? Expliqueu com heu trobat la resposta.

Fita 14	Quin temps farà?	5 punts
---------	------------------	---------

Abans de fer la sortida a l'estany es va consultar al servei meteorològic la freqüència amb què plou en aquesta zona durant aquest període de l'any.

El meteoròleg va dir: «En els pròxims vint dies, la possibilitat que no plogui és de dos sobre tres».

Quina de les següents opcions reflecteix millor el significat de l'afirmació del meteoròleg?

- A.  $2/3 \times 20 = 13,3$ ; aleshores entre 13 i 14 dies a partir d'ara no hi plourà.
- B.  $2/3$  és més gran que  $1/2$ , per la qual cosa podem estar segurs que no plourà el dia de la sortida.
- C. La probabilitat que no plogui a l'estany el dia de la sortida és més gran que la probabilitat que plogui.

No es pot dir què passarà, perquè ningú no pot estar segur del temps que farà.

## Referències

Alsina, A., Busquets, O., Esteve, O., Torra, M. (2006). La reflexió sobre la pròpia pràctica: una eina per progressar en l'ensenyament de les matemàtiques. *Biaix*, 25, 37-43.

ARB (Assessment Resource Bank)-Mathematics. <http://arb.nzcer.org.nz>.

Aubanell, A. (2006). Materials manipulables a l'aula de matemàtiques. *Biaix*, 25, 45-56.

Aubanell, A. (2006). Recursos materials i activitats experimentals en l'educació matemàtica a secundària. <http://www.xtec.cat/~aaubanel>.

Barberà, E. (2001). Pensar matemàticament: estratègies per al pensament. *Escola catalana*, 376.

Bonals, J. (2000). *El trabajo en pequeños grupos en el aula*. Barcelona: Graó.

Burgués, C., Sarramona, J. (2013) *Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic. Identificació i desplegament a l'educació secundària obligatòria*. Barcelona: Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament. Direcció General d'Educació Secundària Obligatòria i Batxillerat. Servei de Comunicació i Publicacions.

Callís Franco, J., Canals Tolosa, M. A. (2003). *Curs per a l'actualització de l'ensenyament/aprenentatge de la matemàtica*. Barcelona: Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament. Resolució de problemes. Consideracions didàctiques. Servei de Publicacions de la Generalitat de Catalunya.

Creatmat. Barcelona: Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament. <http://srvcnpbs.xtec.cat/creamat/joomla/index.php/inici>.

Edu3.cat. Portal de ràdio i televisió educatives per Internet. [www.edu3.cat](http://www.edu3.cat).

Edu365.cat. Portal del Departament d'Ensenyament. Generalitat de Catalunya. <http://www.edu365.cat>.

Esteve, O. (2007). Nuevas perspectivas en la formación de profesorado de lenguas: hacia el aprendizaje reflexivo o «Aprender a través de la práctica». *APAC quaterly magazine*, 61.

Freudenthal, H. (1991) *Revisiting mathematics education: China lectures*. Kluwer Academic Publishers.

Freudenthal Institute. Applets for mathematics students. <http://www.fi.uu.nl/wisweb/en>.

Grup Zero. (1985). *Les funcions circulars*. 2a. ed. Barcelona: Vicens-Vives (Col·lecció Matemàtiques Grup Zero).

JClic. Entorn per a la creació, realització i avaluació d'activitats educatives multimèdia. <http://clic.xtec.cat/ca/jclic>.

NRICH enriching mathematics. <http://nrich.maths.org/frontpage>.

Oliu, V. (2011). Itineraris de matemàtiques: recobriment curricular amb seqüències didàctiques per a l'aula digital de secundària. <https://sites.google.com/site/victoriaoliu>.

Pisa 2003. Ítems alliberats (2005). Barcelona: Generalitat de Catalunya. Departament d'Ensenyament. Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu. 03. Documents.

Planas, N., Alsina, A. (2009.). Educación matemática y buenas prácticas: infantil, primaria, secundaria y educación superior. *Graó*, 257.

Pòlya, G. (1967). *La découverte des mathématiques*. París: Dunod.

Puig Adam, P. (1955). Decàleg per a la didàctica de la matemàtica.

Queralt Gil, J. (2006). Moodle i el constructivisme social. V Jornades de Programari Lliure. Barcelona: UPC.

Romo, G. (2008). TooMates. Web d'exercicis de matemàtiques. <http://www.toomates.net>.

Thatquiz. Activitats i proves de matemàtiques per a alumnes i professors de tots els nivells. <http://www.thatquiz.org/ca>.

XTEC. Competències bàsiques. <http://www.xtec.cat/web/guest/hom>.

.....